

# Lab06-Proof

计算机科学导论课后习题，讲师：高晓飒，2016 秋季学期

标注您的 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_

\* 电子版作业请直接上传到课程网站

## 1. MATLAB作图题

- (a) 除课堂示例外，请设计一个双射函数 $f(x) : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ 并用MATLAB画出 $f$ 的图像，图像中 $x$ 和 $f(x)$ 的取值范围自定，需包括 $x$ 和 $y$ 轴的标注以及标题，线型自定，美观即可。
- (b) 请根据课堂上的示例程序（程序图片如图Fig. 1所示），绘制如图Fig. 2箭头方向的 $\omega \times \omega \rightarrow \omega$ 线性化图像（注意方向与上课示例相反）。要求：
- $x + y = m$ 中 $m$ 取值为 $30 : 10 : 100$ ，即共绘制8条线；
  - 请将MATLAB脚本代码嵌入Latex中一起提交，格式如右下的Matlab源代码所示。

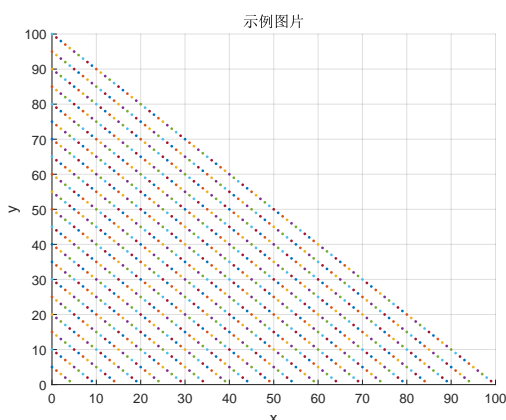


Figure 1: Matlab示例图片

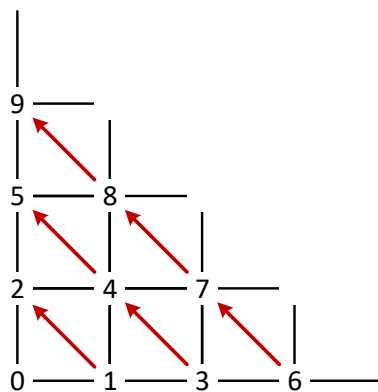


Figure 2:  $\omega \times \omega \rightarrow \omega$ 线性化曲线

## 2. 证明题

- (a) **反向推断法**：证明如果 $n \in \mathbb{Z}^+$ （正整数），且 $n \bmod 4 = 2$  or  $3$ ，那么 $n$ 不是一个平方数（即其平方根为整数的数）。
- (b) **最小反例法**：证明如果 $\forall n \in \mathbb{Z}$ 且 $n > 5$ ，那么 $2^n > 10n$ 成立。
- (c) **强数学归纳法**：令序列 $\{a_i\}$ 满足

$$\begin{cases} a_0 = 1, \\ a_1 = 2, \\ a_2 = 3, \\ a_k = a_{k-1} + a_{k-2} + a_{k-3}, \quad \forall k \geq 3, \end{cases}$$

证明 $\forall n \in \mathbb{N}$ ，有 $a_n \leq 2^n$ 。

### 1b题中的Matlab源代码

```
1 x=0;
2 y=0;
3 tick=5;
4 temp=0;
5 lim=101;
6 figure;
7 hold on;
8 grid on;
9 while temp<lim
10     x=0;
11     while x<temp+1
12         y=temp-x;
13         plot(x,y,'.');
14         x=x+1;
15     end
16     temp=temp+tick;
17 end
18 xlabel('x')
19 ylabel('y')
```