

Lab08-Logic Calculus

CS101-计算机科学导论课后作业，讲师：高晓沅，2016 秋季学期

* 可打印本页直接在页面作答/附纸装订。标注您的 姓名：高海翔 学号：516072910074 班级：F1607204
* 电子版作业请直接上传到课程网站

1. 利用Table 1中的真值表，分别求出命题A和B的主析取范式和主合取范式，并分别以符号m和M来表示。

Table 1: 命题真值表

P	Q	A	B
F	F	T	T
F	T	T	F
T	F	T	F
T	T	F	T

Solution.

A的主析取范式： $(\neg P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q) = m_{00} \vee m_{01} \vee m_{10}$

A的主合取范式： $\neg P \vee \neg Q = M_{11}$

B的主析取范式： $(\neg P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge Q) = m_{00} \vee m_{11}$

B的主合取范式： $(P \vee \neg Q) \wedge (\neg P \vee Q) = M_{01} \wedge M_{10}$

□

2. 给出下列公式的合取范式、析取范式、主合取范式和主析取范式：

(a) $(P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R)$

(b) $P \leftrightarrow (Q \rightarrow (Q \rightarrow P))$

Solution.

(a)

合取范式:

$$\begin{aligned}
& (P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \\
& = (P \vee \neg P) \wedge (P \vee Q) \wedge (P \vee R) \wedge (Q \vee (Q \wedge (\neg P \wedge R))) && \text{(分配律)} \\
& = T \wedge (P \vee R) \wedge (P \vee Q) \wedge Q && \text{(补余律、吸收律)} \\
& = (P \vee R) \wedge Q && \text{(同一律、吸收率)}
\end{aligned}$$

析取范式:

$$(P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R)$$

主合取范式:

$$\begin{aligned}
& (P \vee R) \wedge Q \\
& = (P \vee (Q \wedge \neg Q) \vee R) \wedge ((P \wedge \neg P) \vee Q \vee (R \wedge \neg R)) && \text{(补余律、同一律)} \\
& = (P \vee Q \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee R) \wedge (P \vee Q \vee R) \wedge \\
& \quad (P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) && \text{(分配律)} \\
& = (P \vee Q \vee R) \wedge (P \vee Q \vee \neg R) \wedge (P \vee \neg Q \vee R) \wedge \\
& \quad (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) && \text{(等幂律)} \\
& = M_{000} \wedge M_{001} \wedge M_{010} \wedge M_{100} \wedge M_{101}
\end{aligned}$$

主析取范式:

$$\begin{aligned}
& (P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \\
& = (P \wedge Q \wedge (R \vee \neg R)) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) && \text{(补余律、同一律)} \\
& = (P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) && \text{(分配律)} \\
& = m_{111} \vee m_{110} \vee m_{011}
\end{aligned}$$

(b)

合取范式:

$$\begin{aligned}
& P \leftrightarrow (Q \rightarrow (Q \rightarrow P)) \\
& = P \leftrightarrow (\neg Q \vee (\neg Q \vee P)) && \text{(置换)} \\
& = P \leftrightarrow (\neg Q \vee P) && \text{(交换律、等幂律)} \\
& = (P \vee \neg(\neg Q \vee P)) \wedge (\neg P \vee (\neg Q \vee P)) && \text{(置换)} \\
& = (P \vee (Q \wedge \neg P)) \wedge ((\neg P \vee P) \vee \neg Q) && \text{(摩根律、交换律、结合律)} \\
& = (P \vee \neg P) \wedge (P \vee Q) \wedge (T \vee \neg Q) && \text{(分配律、补余律)} \\
& = (P \vee \neg P) \wedge (P \vee Q) && \text{(零律、同一律)}
\end{aligned}$$

析取范式:

$$\begin{aligned}
& P \leftrightarrow (Q \rightarrow (Q \rightarrow P)) \\
& = (P \vee \neg P) \wedge (P \vee Q) \\
& = P \vee Q && \text{(补余律、同一律)}
\end{aligned}$$

主合取范式:

$$P \vee Q = M_{00}$$

主析取范式:

$$\begin{aligned}
& P \vee Q \\
& = (P \wedge (Q \vee \neg Q)) \vee ((P \vee \neg P) \wedge Q) && \text{(补余律、同一律)} \\
& = (P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge Q) && \text{(分配律)} \\
& = (P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q) && \text{(等幂律)} \\
& = m_{11} \vee m_{10} \vee m_{01}
\end{aligned}$$

□

3. 使用推理规则证明:

(a) $P \rightarrow (Q \rightarrow S), \neg R \vee P, Q \vdash R \rightarrow S$

(b) $\neg(P \rightarrow Q) \rightarrow \neg(R \vee S), (Q \rightarrow P) \vee \neg R, R \vdash P \leftrightarrow Q$

Solution.

(a)

(1) $\neg R \vee P$	前提引入
(2) $R \rightarrow P$	(1) 置换
(3) $P \rightarrow (Q \rightarrow S)$	前提引入
(4) $Q \rightarrow (P \rightarrow S)$	(3) 置换
(5) Q	前提引入
(6) $P \rightarrow S$	(4)(5) 分离
(7) $R \rightarrow S$	(2)(6) 三段论

(b)

(1)	$\neg(P \rightarrow Q) \rightarrow \neg(R \vee S)$	前提引入
(2)	$(R \vee S) \rightarrow (P \rightarrow Q)$	(1)置换
(3)	$(R \rightarrow (P \rightarrow Q)) \wedge (S \rightarrow (P \rightarrow Q))$	(2)置换
(4)	$R \rightarrow (P \rightarrow Q)$	(3)推得
(5)	$(Q \rightarrow P) \vee \neg R$	前提引入
(6)	$R \rightarrow (Q \rightarrow P)$	(5)置换
(7)	R	前提引入
(8)	$Q \rightarrow P$	(6)(7)分离
(9)	$P \rightarrow Q$	(4)(7)分离
(10)	$P \leftrightarrow Q$	(8)(9)推得

□