Lab09-Predicate Logic

CS101-计算机科学导论课后作业，讲师：高晓沨，2016 秋季学期

∗ 可打印本页直接在页面作答/附纸装订。标注您的 姓名：高海翔 学号：516072910074 班级：F1607204

∗ 电子版作业请直接上传到课程网站

1. 将下列语句符号化:

   (a) 过平面上两个点, 有且只有一条直线通过。

   (b) 如果明天天气好, 有些同学将去香山。

   Solution.

   (a) 令$P(x)$：x是一个点，$L(x)$：x是一条直线，$R(x,y,z)$：z通过x,y，$E(x,y)$：x等于y。
   命题符号化为：
   $(\forall x)\forall y(P(x)\wedge P(y)\wedge\neg E(x,y))\to\exists z(L(z)\wedge R(x,y,z)\wedge\forall u(L(u)\wedge R(x,y,u)\to E(z,u)))$

   (b) 令$P(x)$：x是明天的天气，$R(x)$：x好，$S(x)$：x是同学，$M(x)$：x去香山。
   命题符号化为：$\forall x(P(x)\wedge R(x))\to\exists y(S(y)\wedge M(y))$

   □

2. 令$P(x)$、$Q(x)$和$R(x)$分别为语句"x是教授"、"x无知"和"x爱虚荣"，用量词、逻辑联接词和$P(x)$、$Q(x)$和$R(x)$表示下列语句。假定论域是所有人的集合。

   (a) 没有无知的教授。

   (b) 所有无知者均爱虚荣。

   (c) 没有爱虚荣的教授。

   Solution.

   (a) $\neg(\exists x)(P(x)\wedge Q(x))$

   (b) $(\forall x)(Q(x)\to R(x))$

   (c) $\neg(\exists x)(P(x)\wedge R(x))$

   □

3. 给定解释I如下：

   (1) 个体域为$D=\{-2,3,6\}$;

   (2) $F(x)$表示"$x\leq 3$"，$G(x)$表示"$x>5$"，$R(x)$表示"$x\leq 7$"。

   在解释I下，求下列各式的真值：

   (a) $\forall x(F(x)\wedge G(x))$.

   (b) $\forall x(R(x)\to F(x))\vee G(5)$.

   (c) $\exists x(F(x)\vee G(x))$.

   Solution.

   (a) 若x指派为6：$F^I(6)\wedge G^I(6)=F$，所以$\forall x(F(x)\wedge G(x))$在$I$下为假。

(b) 若x指派为6：$R^I(6) \to F^I(6) = F$，所以$\forall x(R(x) \to F(x))$在I下为假。
又因为$G^I(5) = F$，所以$\forall x(R(x) \to F(x)) \vee G(5)$在$I$下为假。

(c) 若x指派为6：$F^I(6) \vee G^I(6) = T$，所以$\exists x(F(x) \vee G(x))$在$I$下为真。

□

4. 证明$\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$ 和$\exists x(P(x) \wedge Q(x))$ 不是逻辑等价的。

Solution.

解释I：论域D指派为$\{1, 3\}$；$P(x)$,$Q(x)$分别指派为D上一元关系$x < 2$,$x > 2$。
若x指派为1，$P^I(1) = T$，$Q^I(1) = F$，$P^I(1) \wedge Q^I(1) = F$；
若x指派为3，$P^I(3) = F$，$Q^I(3) = T$，$P^I(3) \wedge Q^I(3) = F$；
所以$\exists x P^I(x) = T$，$\exists x Q^I(x) = T$，即$\exists x P^I(x) \wedge \exists x Q^I(x) = T$，同时$\exists x(P^I(x) \wedge Q^I(x)) = F$。
所以两者不是逻辑等价。 □