Lab09-Predicate Logic

CS101-计算机科学导论课后作业，讲师：高晓沨，2016 秋季学期

$*$ 可打印本页直接在页面作答/附纸装订。标注您的 姓名：朱文唱 学号：516071910057 班级：F1607103

$*$ 电子版作业请直接上传到课程网站

1. 将下列语句符号化:

   (a) 过平面上两个点, 有且只有一条直线通过。

   (b) 如果明天天气好, 有些同学将去香山。

Solution.

(a) $P(x)$表示x是一个点,$Q(x)$表示x是一条直线，$R(x,y,z)$表示z通过x，y，$T(x,y)$表示“x与y相同”，则语句符号化为:
$(\forall x)(\forall y)(P(x)\wedge P(y)\wedge\neg T(x,y)) \rightarrow ((\exists z)(R(x,y,z))\wedge((\forall t)(Q(t)\wedge R(x,y,t)) \rightarrow T(z,t)))$

(b) P表示明天天气好，$Q(x)$表示x是同学，$R(x)$表示x要去香山，则语句符号化为:
$P \rightarrow (\exists x)(Q(x) \wedge R(x))$

$\square$

2. 令$P(x)$、$Q(x)$和$R(x)$分别为语句“x是教授”、“x无知”和“x爱虚荣”，用量词、逻辑联接词和$P(x)$、$Q(x)$和$R(x)$表示下列语句。假定论域是所有人的集合。

   (a) 没有无知的教授。

   (b) 所有无知者均爱虚荣。

   (c) 没有爱虚荣的教授。

Solution.

(a) $(\forall x)(P(x) \rightarrow \neg Q(x))$

(b) $(\forall x)(Q(x) \rightarrow R(x))$

(c) $(\forall x)(P(x) \rightarrow \neg R(x))$

$\square$

3. 给定解释I如下：

   (1) 个体域为$D = \{-2, 3, 6\}$;

   (2) $F(x)$表示“$x \leq 3$”，$G(x)$表示“$x > 5$”，$R(x)$表示“$x \leq 7$”。

   在解释I下，求下列各式的真值：

   (a) $\forall x(F(x) \wedge G(x))$.

   (b) $\forall x(R(x) \rightarrow F(x)) \vee G(5)$.

   (c) $\exists x(F(x) \vee G(x))$.

Solution.

(a) 因为若$x \leq 3$成立，则$x > 5$不可能成立，故$F(x) \wedge G(x) = F$,故$\forall x(F(x) \wedge G(x)) = F$

(b) 因为$G(5)=F$
故$\forall x(R(x)\to F(x))\vee G(5)=\forall x(R(x)\to F(x))=\forall x(R(x)\vee\neg F(x))$
又当x指派为6时，“$x\leq 3$”与“$x>7$”均不成立,$R(6)\vee\neg F(6)=F$
故$\forall x(R(x)\to F(x))\vee G(5)=\forall x(R(x)\vee\neg F(x))=F.$

(c) 当x指派为6时，“$6>5$”成立，即$G(6)=T$,故$F(6)\vee G(6)=T$,故$\exists x(F(x)\vee G(x))=T.$

□

4. 证明$\exists xP(x)\wedge\exists xQ(x)$ 和$\exists x(P(x)\wedge Q(x))$ 不是逻辑等价的。

Proof.

有反例：论域为实数，$P(x)$表示“$x\leq 3$”，$Q(x)$表示“$x>5$”
则$\exists xP(x)=T$,$\exists xQ(x)=T$,$\exists xP(x)\wedge\exists xQ(x)=T$,但$\exists x(P(x)\wedge Q(x))=F$，故不是逻辑等价的。
证明如下：
若存在唯一的x_1满足$P(x)=T$,存在唯一的x_2满足$Q(x)=T$,且$x_1\neq x_2$
则$\exists xP(x)\wedge\exists xQ(x)=T$,但$\exists x(P(x)\wedge Q(x))=F$
即前者$P(x)$与$Q(x)$的x可以不同，但后者必须相同，故不逻辑等价。 □